

13. Local Operations – Edge Filtering

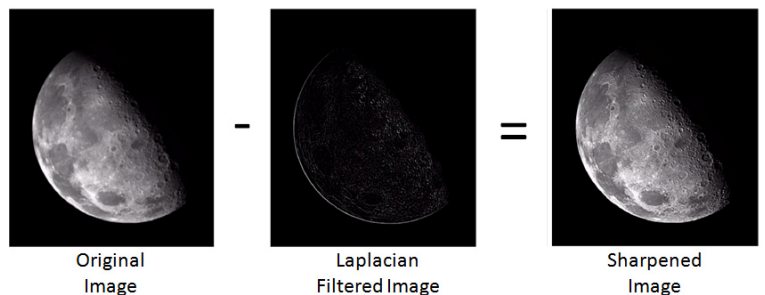
Bildschärfung

Das nachträgliche Schärfen von Bildern ist eine häufige Aufgabenstellung, z.B. um Unschärfe zu kompensieren, die beim Scannen oder Skalieren von Bildern entstanden ist, oder um einen nachfolgenden Schärfeverlust (z.B. beim Druck oder bei der Bildschirmanzeige) zu kompensieren. Die übliche Methode des Schärfens ist das Anheben der hochfrequenten Bildanteile, die für den Schärfeeindruck des Bildes verantwortlich sind. Für die Bildschärfung im zweidimensionalen Fall verwendet man die zweiten Ableitungen in horizontaler und vertikaler Richtung in Form des so genannten **Laplace-Operators**. Der Laplace-Operator ∇^2 einer zweidimensionalen Funktion $f(x,y)$ ist definiert als die Summe der zweiten partiellen Ableitungen in x- und y-Richtung, d. h.

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}(x,y) + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}(x,y) \quad \text{wobei} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}(x,y) = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y)$$

und analog in y-Richtung. Daher entsteht daraus in der Kombination von x- und y-Richtung mit $[1 \ -2 \ 1]$ und $[1 \ -2 \ 1]^T$ der Laplace Operator. Für die Schärfung wird das Bild I mit dem Laplace-Filter H^L gefiltert und anschließend wird das Ergebnis vom ursprünglichen Bild subtrahiert: $I' = I - w \cdot (H^L * I)$. Der Faktor w bestimmt dabei den Anteil der Laplace-Komponente und damit die Stärke der Schärfung.

$$H^L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



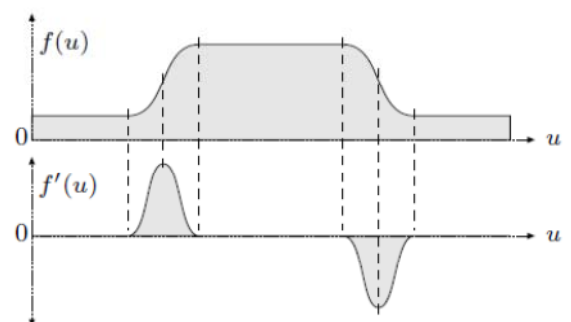
Kanten

Umgangssprachlich bezeichnen Kanten die abrupte Änderung der Oberflächennormale, wie dies zum Beispiel bei Tischkanten der Fall ist. In Bildern bezeichnen Kanten markante Stellen, die durch lokale Veränderungen der Intensität oder Farbe zustande kommen (Diskontinuitäten der Intensität oder Farbe). Diese sind für die visuelle Wahrnehmung und Interpretation von Bildern von höchster Bedeutung. Die subjektive „Schärfe“ eines Bilds steht in direktem Zusammenhang mit der Ausgeprägtheit der darin enthaltenen Diskontinuitäten und der Deutlichkeit seiner Strukturen. Unser menschliches Auge legt viel Gewicht auf kantenförmige Strukturen, einzelne Striche in Karikaturen oder Illustrationen reichen für die eindeutige Beschreibung der Inhalte. Daher tragen Kanten die nicht redundante Information und sind daher in der Bildverarbeitung von großer Bedeutung. Kanten kann man grob als jene Orte im Bild beschreiben, an denen sich die Intensität auf kleinem Raum und entlang einer ausgeprägten Richtung stark ändert. Je stärker sich die Intensität ändert, umso stärker ist auch der Hinweis auf eine Kante an der entsprechenden Stelle. Die Stärke der Änderung bezogen auf die Distanz ist aber nichts anderes als die erste Ableitung.

Gradienten-basierte Kantendetektion

Der Einfachheit halber betrachten wir die Situation in einer Dimension und nehmen als Beispiel an, dass ein Bild eine helle Region im Zentrum umgeben von einem dunklen Hintergrund enthält. Das Intensitätsprofil entlang einer Bildzeile sieht dann wie in der nebenstehenden Abbildung aus. Bezeichnen wir diese eindimensionale Funktion mit $f(u)$ und berechnen wir ihre erste Ableitung von links nach rechts,

$$f'(u) = \frac{df}{du}(u)$$

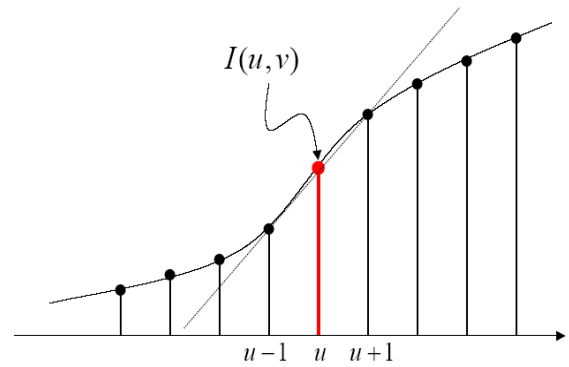


so ergibt sich ein positiver Ausschlag überall dort, wo die Intensität ansteigt, und ein negativer Ausschlag, wo der Wert der Funktion abnimmt. Allerdings ist für diskrete Funktionen wie $f(u)$ die Ableitung nicht definiert und wir benötigen daher eine Methode, um diese zu schätzen. Die erste Ableitung einer kontinuierlichen Funktion an einer Stelle x kann als Anstieg der Tangente an dieser Stelle interpretiert werden. Bei einer diskreten Funktion kann der Anstieg der Tangente an der Stelle u einfach dadurch geschätzt werden, dass

eine Gerade durch die Abtastwerte an den benachbarten Stellen $u-1$ und $u+1$ gelegt und deren Anstieg berechnet wird:

$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1) - f(u-1)}{2}$$

Der gleiche Vorgang wird auch in der vertikalen Richtung, also entlang der Bildspalten, durchgeführt, da ein Bild ja eine zweidimensionale Funktion darstellt. Bei der Ableitung einer mehrdimensionalen Funktion entlang einer der Koordinatenrichtungen spricht man von einer partiellen Ableitung, z.B. für die partiellen Ableitungen der Bildfunktion $I(u,v)$ entlang der u - bzw. v -Koordinate.



$$\frac{\partial I}{\partial u}(u,v), \quad \frac{\partial I}{\partial v}(u,v) \quad \nabla I = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial u} \\ \frac{\partial I}{\partial v} \end{pmatrix} \quad |\nabla I| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial v}\right)^2}$$

Den Vektor ∇I aus beiden partiellen Ableitungen bezeichnet man als **Gradient** der Funktion I an der Stelle (u,v) . Der Betrag des Gradienten $|\nabla I|$ ist invariant gegenüber Bilddrehungen und damit auch unabhängig von der Orientierung der Bildstrukturen. Die Komponenten des Gradienten sind nichts anderes als die ersten Ableitungen der Zeilen bzw. der Spalten. Die oben stehende Schätzung der Ableitung in horizontaler Richtung kann man daher als linearen Filter mit der Koeffizientenmatrix $H^{D_x} = [-1/2 \ 0 \ 1/2]$ oder $H^{D_x} = 1/2 \cdot [-1 \ 0 \ 1]$ realisieren, in analoger Weise für die y -Richtung. Die Filterantwort ist somit richtungsabhängig, der horizontale Gradientenfilter reagiert am stärksten auf rapide Änderungen der Helligkeit in der horizontalen Richtung, analog dazu reagiert der vertikale Gradientenfilter besonders stark auf vertikale Kanten. In flachen Bildregionen (Regionen mit konstanten Intensitätswerten) ist die Filterantwort null, da sich dort die Ergebnisse des positiven und des negativen Filterkoeffizienten jeweils aufheben.

Kantendetektionsfilter

Allgemein dürfen Ableitungsfilter beliebiger Ordnung keine Antwort auf konstante Intensitätswerte oder einen Offset im Signal zeigen. Diese Bedingung impliziert, dass die Summe der Koeffizienten des Filters 0 sein muss. Für eine gute Kantendetektion ist es wichtig, dass die Operatorantwort nicht von der Richtung der Kante abhängt. Trifft dies zu, sprechen wir von einem isotropen Kantendetektor. Daher unterscheiden wir Kantenfilter, die richtungsunabhängig sind, wie der Laplace-Operator, und solche, die in u - oder v -Richtung filtern, wie dies beim Sobel- und Prewitt-Operator der Fall ist. Somit unterscheiden sich die Kantenfilter nur durch die für die Schätzung der Richtungskomponenten eingesetzten Filter sowie in der Art, in der diese Komponenten zum Endergebnis zusammengefügt werden. Man kann aber nicht nur die Stärke (den Betrag) eines Kantenpunkts berechnen, sondern auch die lokale Richtung der zugehörigen Kante, da beide Informationen im Gradienten enthalten sind. Zwei klassische Kantenoperatoren sind die Verfahren von Prewitt und Sobel, die einander nur durch geringfügig abweichende Filterkerne unterscheiden. Beide Operatoren verwenden Filter, die sich über jeweils drei Zeilen bzw. Spalten erstrecken, um der Rauschanfälligkeit entgegenzuwirken. Der **Prewitt-Operator** verwendet die Filter H_x^P und H_y^P . Die Filter des **Sobel-Operators** sind fast identisch, geben allerdings durch eine andere Glättung mehr

Gewicht auf die zentrale Zeile bzw. Spalte. Bei beiden erfolgt eine einfache (Box-)Glättung über drei Zeilen bzw. drei Spalten, bevor der gewöhnliche Gradient berechnet wird. Wir bezeichnen, unabhängig ob Prewitt- oder Sobel-Filter, die skalierten Filterergebnisse (Gradientenwerte) mit $D_x(u,v) = H_x * I$ und $D_y(u,v) = H_y * I$. Die Kantenstärke ist dann durch

$$E(u,v) = \sqrt{D_x(u,v)^2 + D_y(u,v)^2}$$

und die Richtung durch

$$\Phi(u,v) = \tan^{-1}\left(\frac{D_y(u,v)}{D_x(u,v)}\right)$$

Prewitt-Operator:

$$H_x^P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad H_y^P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sobel-Operator:

$$H_x^S = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad H_y^S = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Der Ablauf der gesamten Kantendetektion ist in der Abbildung auf der nächsten Seite zusammengefasst. Zuerst wird das ursprüngliche Bild I mit den beiden Gradientenfiltern H_x und H_y gefiltert und nachfolgend aus den Filterergebnissen die Kantenstärke E und die Kantenrichtung Φ berechnet. Vor allem der Sobel-Operator ist aufgrund seiner guten Ergebnisse und seiner Einfachheit weit verbreitet. Der älteste Kantenoperator ist jedoch der **Roberts-**

Operator, der vor allem historisch interessant ist. Er benutzt die kleinste Filtergröße (2×2), um die Richtungsableitungen entlang der beiden Diagonalen zu schätzen:

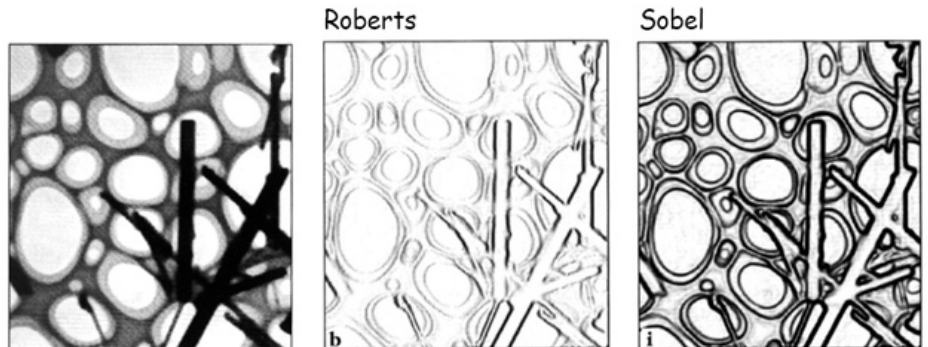
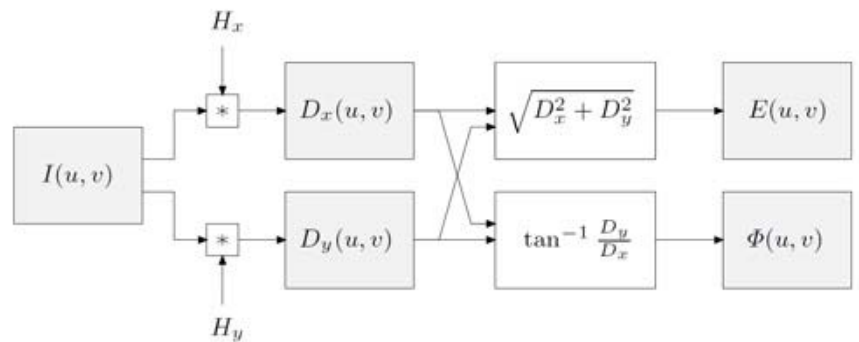
$$H_1^R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad H_2^R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Der Roberts-Filter reagiert stark auf diagonal verlaufende Kanten, wobei die Filter allerdings wenig richtungsselektiv sind, d.

h., dass jeder der beiden Einzelfilter über ein sehr breites Band an Orientierungen hinweg ähnlich stark reagiert. Im Beispiel rechts ist der Unterschied zwischen den Filterantworten von Roberts und Sobel gezeigt. Es fällt auf, dass die Antwort des Roberts Filters vor allem für horizontale und vertikale Kantenbereiche schlecht ist und daher die Detektion mangelhaft ist.

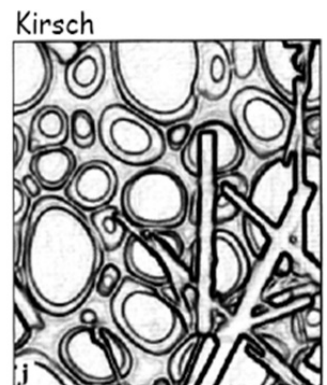
Das Design eines guten Kantenfilters ist daher ein Kompromiss: Je besser ein Filter auf „kantenartige“ Bildstrukturen reagiert, desto stärker ist auch seine Richtungsabhängigkeit, d. h., umso enger ist der Winkelbereich, auf den das Filter anspricht. Eine Lösung ist daher, nicht nur ein Paar von relativ „breiten“ Filtern für zwei (orthogonale)

Richtungen einzusetzen, sondern einen Satz „engerer“ Filter für mehrere Richtungen. Ein klassisches Beispiel ist der **Kirsch-Operator**, der für acht verschiedene Richtungen im Abstand von 45° folgende Filter vorsieht:



$$H_1^K = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad H_2^K = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad H_3^K = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad H_4^K = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad H_5^K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad H_6^K = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \quad H_7^K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad H_8^K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

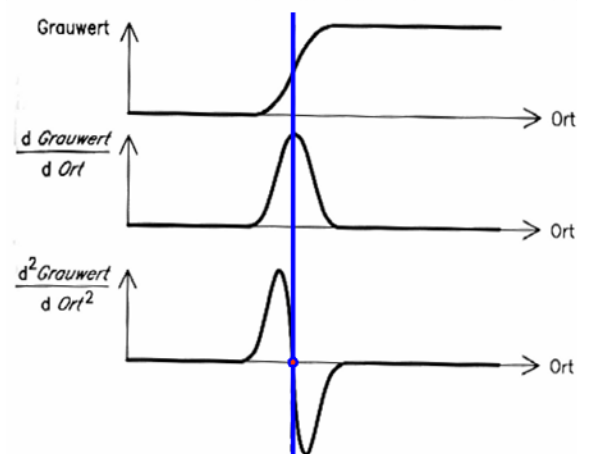
Die Kantenstärke E^K an der Stelle (u,v) ist als Maximum der einzelnen Filterergebnisse definiert, d. h. $E^K(u,v) = \max(D_1(u,v), D_2(u,v), \dots, D_8(u,v))$, und der am stärksten ansprechende Filter bestimmt auch die zugehörige Kantenrichtung. Derartige **Kompass-Operatoren** bieten allerdings kaum Vorteile gegenüber einfacheren Operatoren, wie z. B. dem Sobel-Operator, wie in der Abbildung rechts ersichtlich ist. Ein kleiner Vorteil des Kirsch-Operators ist, dass er keine Wurzelberechnung benötigt.



Kantendetektion mit zweiten Ableitungen

Ein Problem der Kantendetektion mit der ersten Ableitung ist, dass Kanten genauso breit werden wie die Länge des zugehörigen Anstiegs in der Bildfunktion und ihre genaue Position dadurch schwierig zu bestimmen ist. Die zweite Ableitung einer Funktion misst deren lokale Krümmung und die Idee ist, die Nullstellen oder vielmehr die Positionen der Nulldurchgänge der zweiten Ableitung als Kantenpositionen zu verwenden. In der Abbildung rechts ist dies gezeigt: die erste Ableitung ist in der Position wesentlich ungenauer als die zweite Ableitung, die ja den Nulldurchgang beschreibt.

Der bekannteste und einfachste Vertreter der Kantenfilter mit Hilfe der zweiten Ableitung ist der **Laplace-Operator**. Er bietet zwar den Vorteil, richtungsunabhängig zu sein, ist jedoch relativ rauschanfällig. Aus diesem Grund sollte stets vor Anwendung eines Laplace-Operators ein Glättungsfilter zur Rauschunterdrückung angewendet werden. Der bekannteste Vertreter dafür ist der **Laplacian-of-Gaussian-Operator (LoG)** oder Marr-Hildreth-Operator, der die Glättung mit einem



eines Laplace-Operators ein Glättungsfilter zur Rauschunterdrückung angewendet werden. Der bekannteste Vertreter dafür ist der **Laplacian-of-Gaussian-Operator (LoG)** oder Marr-Hildreth-Operator, der die Glättung mit einem

Gauß-Filter und die zweite Ableitung (Laplace-Filter) in einen gemeinsamen, linearen Filter kombiniert. Da seine Form der eines mexikanischen Sombreros ähnelt, ist er auch als Mexican Hat oder Sombrero-Filter bekannt. Im diskreten Fall wird ein LoG-Filter angenähert, indem das Bild zunächst mit einer Binomialmaske geglättet und anschließend mit dem diskreten Laplaceoperator gefiltert wird. Ausgangspunkt für die Erzeugung des Filterkernels ist die Gauß-Funktion in 2D:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Wendet man den Laplace-Operator auf die Gauß-Funktion an, erhält man die kontinuierliche Repräsentation des LoG:

$$g(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -\frac{1}{\pi\sigma^4} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(1 - \frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Die diskrete Approximation sollte für Kernel ungerader Kantenlänge durchgeführt werden, wobei der Ursprung des Kernels jeweils in der Mitte liegt. Für die Kantenlänge 5 entspricht dies dem unten abgebildeten Filter H^{LoG} . Die Abbildung zeigt ein Anwendungsbeispiel, die detektierten Kanten sind jetzt Ein Pixel breit.

$$H^{LoG} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Canny Operator

Kleine Kantendetektoren, wie z. B. der Sobel-Operator, können ausschließlich auf Intensitätsunterschiede reagieren, die innerhalb ihrer 3×3 -Filterregion stattfinden. Um Unterschiede über einen größeren Horizont wahrzunehmen, kann man entweder größere Kantenoperatoren (mit entsprechend großen Filtern) verwenden oder die ursprünglichen Operatoren auf verkleinerten (d.h. skalierten) Bildern anwenden. Das ist die Grundidee der so genannten "Multi-Resolution" oder "Multi-Scale"-Techniken. In der Kantendetektion bedeutet dies, zunächst Kanten auf unterschiedlichen Auflösungsebenen zu finden und dann an jeder Bildposition zu entscheiden, welche Kante auf welcher der räumlichen Ebenen dominant ist. Der wichtigste Vertreter für ein derartiges Verfahren ist der Kantendetektor von Canny, der einen Satz von gerichteten (und relativ großen) Filtern auf mehreren Auflösungsebenen verwendet und deren Ergebnisse in ein gemeinsames Kantenbild ("edge map") zusammenfügt. Die Methode hat drei Ziele:

1. die Anzahl falscher Kantemarkierungen zu minimieren
2. Kanten möglichst gut zu lokalisieren
3. nur eine Markierung pro Kante zu liefern

LOG



Der Canny-Operator ist im Kern ein Gradientenverfahren, das auf dem Gradientenbetragsbild eine lokale Maximum-Suche anwendet, um sicherzustellen, dass Kanten nur ein Pixel breit sind. Meistens wird der Algorithmus nur in einer "Single-Scale"-Version verwendet, wobei aber durch Einstellung des Filterradius (Glättungsparameter σ des Gaußfilters) eine gegenüber einfachen Operatoren wesentlich verbesserte Kantendetektion möglich ist. Der Canny-Operator wird daher in seiner elementaren Form gegenüber einfacheren Kantendetektoren bevorzugt.